Fakulta informačních technologií ČVUT v Praze

Přijímací zkouška z matematiky 2015

Kód uchazeče ID: ..... Varianta: 12

1. Původní cena knihy byla 350 Kč. Pak byla zdražena o 15 %. Jelikož nešla na odbyt, byla později zlevněna o 14 % (z ceny po zdražení) a to je její současná cena. Rozhodněte, které tvrzení je pravdivé. **7 b**

   (a) Žádná z ostatních možností není správná.

   (b) Současná cena knihy je o 1,1 procenta vyšší než původní cena.

   (c) Současná cena knihy je nižší než původní cena.

   (d) Současná cena knihy je stejná jako původní cena.

   (e) Současná cena knihy je o 1 procento vyšší než původní cena.

2. Binární operace $\star$ je definovaná jako $a \star b = \frac{a+b}{b}$. Určete hodnotu neznámé x tak, aby **7 b**

$$(2 \star x) \star 3 = -1\,.$$

   (a) Rovnice má záporné řešení menší než -5.

   (b) Rovnice má jedno záporné řešení.

   (c) Rovnice nemá řešení.

   (d) Rovnice má dvě řešení a jejich součin je 4.

   (e) Žádná z ostatních možností není správná.

3. Na setkání několika firem jsme si všimli následujících věcí. Každý, kdo má modrou košili, má i černé boty. Všichni zaměstnanci 1. firmy mají modrou košili. Rozhodněte, které z následujících tvrzení je pravdivé. **7 b**

   (a) Žádná z ostatních možností není správná.

   (b) Nikdo ze zaměstnanců 1. firmy nemá černé boty.

   (c) Nikdo s černými botami není zaměstnancem 1. firmy.

   (d) Všichni zaměstnanci 1. firmy mají černé boty.

   (e) Každý, kdo má černé boty, je zaměstnancem 1. firmy.

4. Mějme dvě čísla zapsaná v pětkové soustavě: 4402_5 a 2313_5. Vyjádřete jejich rozdíl také v pětkové soustavě. **7 b**

   (a) $4402_5 - 2313_5 = 1034_5$.

   (b) $4402_5 - 2313_5 = 2034_5$.

   (c) $4402_5 - 2313_5 = 2144_5$.

   (d) Žádná z ostatních možností není správná.

   (e) $4402_5 - 2313_5 = 2199_5$.

5. Nalezněte řešení rovnice a rozhodněte, které tvrzení je pravdivé. **7 b**

$$|2x-1|-|2-3x|=5$$

(a) Rovnice má právě 1 řešení.

(b) Žádná z ostatních možností není správná.

(c) Rovnice má právě 2 různá řešení.

(d) Rovnice nemá řešení.

(e) Rovnice má právě 3 různá řešení.

6. Jsou dány dvě množiny $A=\{x^2-4x+5 \mid x\in(1,4\rangle\}$ a $B=\{x \mid |x-4|>\frac{1}{2}\}$. Průnikem množin A a B je **5 b**

(a) $\left(\frac{7}{2},\frac{9}{2}\right)$

(b) $\left(2,\frac{7}{2}\right)\cup\left(\frac{9}{2},5\right\rangle$

(c) $\left\langle 1,\frac{7}{2}\right)\cup\left(\frac{9}{2},5\right\rangle$

(d) Žádná z ostatních možností není správná.

(e) Všechna reálná čísla.

7. Tři kladná čísla splňují následující podmínky. Dělíme-li součet prvního a druhého čísla číslem třetím, vyjde jedna a zbytek dva. Dělíme-li součet prvního a třetího čísla číslem druhým, vyjde dva a zbytek nula. Při dělení součtu druhého a třetího čísla číslem prvním je podíl tři a zbytek dva. Rozhodněte, které tvrzení platí. **5 b**

(a) Součet všech tří čísel je 18.

(b) Součin prvního a druhého čísla sečtený s číslem třetím je 52.

(c) Žádná z ostatních možností není správná.

(d) Úloha nemá řešení.

(e) Součet druhého a třetího čísla vynásobený číslem prvním je 80.

8. Jestliže $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-1}$, pak $y\in\left\langle\frac{1}{2},2\right\rangle$ právě pro **5 b**

(a) Žádná z ostatních možností není správná.

(b) $x\in\left\langle 0,\frac{2}{3}\right\rangle$

(c) $x\in(-\infty,0\rangle\cup\left\langle\frac{2}{3},\infty\right)$

(d) $x\in\left\langle\frac{2}{3},2\right\rangle$

(e) $x\in\left\langle\frac{2}{3},\frac{1+\ln 2}{3}\right\rangle$

9. Nalezněte obor hodnot funkce **5 b**

$$f(x)=2\sin\left(3x-\frac{\pi}{2}\right)-4\,.$$

(a) Obor hodnot je $\langle -7,-1\rangle$.

(b) Obor hodnot je $\langle 1,7\rangle$.

(c) Obor hodnot je $\langle 2,6\rangle$.

(d) Obor hodnot je $\langle -6,-2\rangle$.

(e) Žádná z ostatních možností není správná.

10. Které z následujících tvrzení o definičním oboru funkce **5 b**

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x^2 - x - \frac{3}{4}}}$$

je pravdivé?

(a) Definiční obor je $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{3}{2}, 2\rangle$.

(b) Žádná z ostatních možností není správná.

(c) Definičním oborem jsou všechna kladná čísla.

(d) Definiční obor je $\langle -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\rangle$.

(e) Definiční obor je $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}) \cup \langle 2, +\infty)$.

11. Určete první člen a_1 a diferenci d reálné aritmetické posloupnosti, pokud víte, že součet čtvrtého a pátého členu je 4 a součin čtvrtého a pátého členu je 5. **5 b**

(a) Součet všech možných prvních členů je 24.

(b) Úloha nemá řešení.

(c) Součin všech možných diferencí je 4.

(d) $d = 2$, $a_1 = -5$.

(e) Žádná z ostatních možností není správná.

12. Pytle s bramborami byly do skladu přivezeny ve třech etapách. V první etapě bylo přivezeno 15% celkového počtu pytlů. Průměrná hmotnost jednoho pytle v první etapě byla 51 kg. Průměrná hmotnost pytle v druhé etapě byla 55 kg a ve třetí etapě 48 kg. Celková průměrná hmotnost pytle brambor v tomto skladu je 50,55 kg. Určete kolik procent z celkového počtu pytlů bylo přivezeno ve druhé etapě. **5 b**

(a) Úloha má více než jedno řešení.

(b) 55%

(c) Úloha nemá řešení.

(d) 30%

(e) Žádná z ostatních možností není správná.

13. Kolika různými způsoby lze ze 7 mužů a 3 žen vybrat trojici tak, aby v ní byli alespoň jedna žena a alespoň jeden muž? **5 b**

(a) 98

(b) 63

(c) 84

(d) Žádná z ostatních možností není správná.

(e) 85

14. Najděte všechna reálná řešení nerovnice **5 b**

$$\log_{\frac{1}{3}}(x+1) - \log_{\frac{1}{3}}(x-1) \geq \log_{\frac{1}{3}} x\,.$$

(a) $x \in (1, 1+\sqrt{2}\rangle$

(b) $x \in (-\infty, 1-\sqrt{2}\rangle \cup \langle 1, 1+\sqrt{2}\rangle$

(c) $x \in \left\langle \frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right\rangle$

(d) $x \in \langle 1+\sqrt{2}, +\infty)$

(e) Žádná z ostatních možností není správná.

15. Určete hodnotu parametrů a, b, c tak, aby rovnost **5 b**

$$(2a - 3x)(bx + 3) = 9x^2 + 2cx + 2$$

platila pro každé reálné číslo x, a rozhodněte, které tvrzení je pravdivé.

(a) Existuje více trojic parametrů splňujících podmínky.

(b) Součin všech parametrů je $\frac{11}{2}$.

(c) $a = 3$, $b = -3$, $c = \frac{11}{2}$.

(d) Takové parametry neexistují.

(e) Žádná z ostatních možností není správná.

16. Kolik různých čísel větších než 10 a menších než 500 lze sestavit z cifer 0, 3, 5, 7 a 8 pokud se každá cifra může opakovat nejvýše dvakrát? **3 b**

(a) 50

(b) 46

(c) 44

(d) 68

(e) Žádná z ostatních možností není správná.

17. Jaká je pravděpodobnost, že při tažení 2 karet z balíčku o 52 kartách bude alespoň jedna z karet srdcová? **3 b**

(a) Žádná z ostatních možností není správná.

(b) $\frac{15}{34}$

(c) $\frac{19}{34}$

(d) $\frac{1}{4}$

(e) $\frac{45}{104}$

18. Poloměr kružnice zadané rovnicí **3 b**

$$2x^2 + 2y^2 - 16x + 12y + 20 = 0$$

je

(a) Neexistuje, nejedná se o rovnici kružnice.
(b) Roven 10.
(c) Jeho druhá mocnina je rovna 35.
(d) Jeho druhá mocnina je 60.
(e) Žádná z osatních možností není správná.

19. Určete hodnoty parametrů a, b tak, aby přímky **3 b**

$$p : ax + 4y + 1 = 0 \qquad \text{a} \qquad q : 3x + 2y - b = 0$$

byly navzájem kolmé.

(a) Žádná z ostatních možností není správná.
(b) $a = -\frac{8}{3}, b \in \mathbb{R}$
(c) $a = 6, b = -\frac{1}{2}$
(d) $a = -\frac{8}{3}, b = 1$
(e) $a = 6, b \in \mathbb{R}$

20. Nalezněte řešení rovnice **3 b**

$$2x^5 - x^3 + 2x^2 = 1$$

a rozhodněte, které tvrzení je pravdivé.

(a) Rovnice má právě dvě různá reálná řešení.
(b) Žádná z ostatních možností není správná.
(c) Rovnice má tři různá reálná řešení.
(d) Rovnice nemá řešení.
(e) Součin reálných řešení rovnice je $\frac{1}{4}$.