Fakulta informačních technologií ČVUT v Praze

Přijímací zkouška z matematiky 2021

Kód uchazeče ID: ....   Varianta: VZOR

Příklad 1 (3b)**.** Binární operace $\star$ je definovaná jako $a \star b = \frac{a+b}{a-b}$. Určete hodnotu neznámé x tak, aby

$$(2 \star x) \star 3 = -2\,.$$

(a) Rovnice má jedno záporné řešení.

(b) Žádná z ostatních možností není správná.

(c) Rovnice má kladné řešení větší než 2.

(d) Rovnice má dvě řešení a jejich součin je 4.

(e) Rovnice nemá řešení.

Příklad 2 (3b)**.** Mezi čísly a, b, c, d, e platí následující vztahy. Číslo a není větší než b, $a < c$, d není větší než b a $e < a$. Který z následujících výroků nemůže být pravdivý?

(a) $a < d$.

(b) $d > c$.

(c) Platí právě jeden z ostatních vztahů.

(d) $e < d$.

(e) $e > c$.

Příklad 3 (3b)**.** Mějme dvě čísla zapsaná v pětkové soustavě: 4112_5 a 2443_5. Vyjádřete jejich rozdíl také v pětkové soustavě.

(a) $4112_5 - 2443_5 = 1114_5$.

(b) $4112_5 - 2443_5 = 2144_5$.

(c) $4112_5 - 2443_5 = 114_5$.

(d) Žádná z ostatních možností není správná.

(e) $4112_5 - 2443_5 = 1224_5$.

Příklad 4 (7b)**.** Původní cena knihy byla 350 Kč. Pak byla zdražena o 20 %. Jelikož nešla na odbyt, byla zlevněna o 15 % (z ceny po zdražení) a to je její současná cena. Rozhodněte, které tvrzení je pravdivé.

(a) Současná cena knihy je o pět procent vyšší než původní cena.

(b) Současná cena knihy je stejná jako původní cena.

(c) Současná cena knihy je nižší než původní cena.

(d) Žádná z ostatních možností není správná.

(e) Současná cena knihy je o dvě procenta vyšší než původní cena.

Příklad 5 (7b)**.** Které z následujících tvrzení o definičním oboru funkce

$$f(x) = \sqrt{\frac{1}{x+2}} + \sqrt{\frac{1}{x^2 - x - \frac{3}{4}}}$$

je pravdivé?

(a) Definičním oborem jsou všechna kladná čísla.

(b) Definiční obor je $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}) \cup \langle 2, +\infty)$.

(c) Definiční obor je $\langle -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \rangle$.

(d) Žádná z ostatních možností není správná.

(e) Definiční obor je $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{3}{2}, 2\rangle$.

Příklad 6 (7b)**.** Ve třídě je 30 žáků. Jedna třetina z nich si k maturitě zvolila matematiku a fyziku zároveň. Alespoň jeden z těchto předmětů si zvolilo 24 žáků. Maturovat z angličtiny se rozhodlo 22 žáků. Všechny tři předměty si vybralo 8 žáků a jen matematiku 3 žáci. Matematiku a zároveň angličtinu si vybralo 15 žáků. Dva žáci si nevybrali ani jeden z těchto tří předmětů. Rozhodněte, které tvrzení je pravdivé.

(a) Neexistuje žák, který si zvolil jen fyziku.

(b) Popsaná situace nemůže nastat.

(c) Angličtinu nebo fyziku si vybralo více žáků než matematiku nebo fyziku.

(d) Jen angličtinu si vybralo více žáků než matematiku a zároveň fyziku.

(e) Žádná z ostatních možností není správná.

Příklad 7 (7b)**.** Rozhodněte, které tvrzení o řešeních rovnice

$$\frac{\log_3(6x-2)}{\log_3(x-3)} = 2$$

je pravdivé.

(a) Rovnice má jedno řešení.

(b) Rovnice nemá řešení.

(c) Žádná z ostatních možností není správná.

(d) Součet všech řešení je 12.

(e) Rovnice má dvě řešení a jejich součin je 10.

Příklad 8 (7b)**.** Nekonečná spirála se skládá z půlkružnic. Poloměr první půlkružnice je 6 cm a poloměr každé další půlkružnice je o 25 % menší než poloměr půlkružnice předcházející. Vypočítejte délku l spirály.

(a) $l = 8\pi$ cm.

(b) $l = 24\pi$ cm.

(c) $l = +\infty$ cm.

(d) Žádná z ostatních možností není správná.

(e) $l = 12\pi$ cm.

Příklad 9 (7b)**.** Jestliže $y = 2x^2 + 2x - 12$, pak $y \in \langle 0, 12\rangle$ právě pro

(a) $x \in \langle 2, 3\rangle$

(b) $x \in \langle 3, +\infty)$

(c) Žádná z ostatních možností není správná.

(d) $x \in (-\infty, -3\rangle \cup \langle 2, +\infty)$

(e) $x \in \langle -4, 3\rangle$

Příklad 10 (7b)**.** Pro řešení nerovnice

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2} \leq 3^{-x-6}$$

platí

(a) Žádná z ostatních možností není správná.

(b) Neexistují záporná řešení.

(c) Všechna řešení leží v intervalu $\langle -2, +\infty)$.

(d) Řešení jsou všechna reálná čísla.

(e) Všechna řešení leží v intervalu $(-\infty, -2\rangle \cup \langle 3, +\infty)$.

Příklad 11 (7b)**.** Jsou dány dvě množiny $A = \{x \mid x^2 + 4x - 2 > 0\}$ a $B = \{x \mid |x+1| \leq 3\}$. Rozdílem množin A mínus B je

(a) $(-2 + \sqrt{6}, 2\rangle$

(b) $\langle -4, -2 + \sqrt{6})$

(c) Žádná z ostatních možností není správná.

(d) $(-\infty, -2 - \sqrt{6}) \cup (2, \infty)$

(e) $(-2 - \sqrt{6}, 4\rangle$

Příklad 12 (7b)**.** Kolika různými způsoby lze ze 7 mužů a 3 žen vybrat trojici tak, aby v ní byla nejvýše jedna žena?

(a) 63

(b) Žádná z ostatních možností není správná.

(c) 35

(d) 98

(e) 85

Příklad 13 (7b)**.** Určete hodnotu parametru p tak, aby přímka q neměla s kružnicí k žádný společný bod.

$$q : px + y - 1 = 0 \qquad \text{a} \qquad k : x^2 - 4x + y^2 - 6y - 3 = 0$$

(a) Takových p je nekonečně mnoho.

(b) $p \in (-\infty, 3) \cup \langle 7, \infty)$

(c) Žádná z ostatních možností není správná.

(d) $p = 7$

(e) Takové p neexistuje.

Příklad 14 (7b)**.** Nalezněte řešení rovnice

$$2x^5 - x^3 + 2x^2 = 1$$

a rozhodněte, které tvrzení je pravdivé.

(a) Součin všech reálných řešení rovnice je $\frac{1}{4}$.

(b) Rovnice nemá řešení.

(c) Rovnice má tři různá reálná řešení.

(d) Rovnice má právě dvě různá reálná řešení.

(e) Žádná z ostatních možností není správná.

Příklad 15 (7b)**.** Určete všechny hodnoty reálného parametru p, pro které má následující rovnice právě 2 různé reálné kořeny.

$$px^2 - p(p+3)x + 2p(p+1) = 0$$

(a) $p \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

(b) Žádná z ostatních možností není správná.

(c) $p \in \mathbb{R}$.

(d) $p \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$.

(e) Takové p neexistuje.

Příklad 16 (7b)**.** Jaká je pravděpodobnost, že při dvou hodech stejnou šestibokou kostkou bude součet obou hodů 9?

(a) $\frac{5}{36}$

(b) $\frac{1}{9}$

(c) $\frac{1}{18}$

(d) Žádná z ostatních možností není správná.

(e) $\frac{1}{12}$